الدوال : الدالة الخطية و الدالة التآلفية

1) الدالة الخطية :

تعريف: a عدد معطى . عندما نرفق كل عدد x بالجداء $a \times x$ نقول أننا عرفنا دالة خطية f معاملها a.

العدد $a \times x$ يسمى صورة x بالدالة f و نرمز لهذه الصورة بالرمز $f(x)$ ونكتب $f(x) = ax$

نرمز لهذه الدالة بـ : $f.x \longmapsto ax$

التمثيل البياني لدالة خطية :

في معلم للمستوي، التمثيل البياني لدالة خطية معاملها a هو مستقيم يشمل المبدأ O .

نقول أن $y = ax$ هي معادلة لهذا المستقيم و a هو معامل توجيه له.

2) الدالة التآلفية :

تعريف: a و b عددان معلومان. عندما نرفق بكل عدد x العـــدد $ax + b$ نقول أننا عرفنا دالة تآلفية .

يسمى العدد $ax + b$ صورة العدد x بهذه الدالة و a و b معاملاها نرمز لهذه الدالة بـ : $f.x \longmapsto ax + b$

حالات خاصة :

إذا كان $b = 0$ تصبح الدالة f من الشكل $f.x \longmapsto ax$ هي دالة خطية .

إذا كان $a = 0$ تصبح الدالة f من الشكل $f.x \longmapsto b$ هي دالة ثابتة .

التمثيل البياني لدالة تآلفية :

في معلم للمستوي، التمثيل البياني لدالة تآلفية $f.x \longmapsto ax + b$ هو مستقيم الذي معادلته $y = ax + b$.

يسمى العدد a معامل توجيه المستقيم .

يسمى العدد b الترتيب إلى الميـــدأ.

التمرين 01 :

g دالة الخطية معرفة كما يلي: $g.x \longmapsto 1{,}4x$

1) أوجد صور الأعداد : 0 ، -1 و 2

2) ما هو العدد الذي صورته -7 بالدالة g .

التمرين 02 :

الدالة الخطية المعرفة كالتالي: $f(x) = \frac{-3}{4}x$.

1) احسب $f(-2)$ ، $f(-1.2)$ و $f(\frac{4}{5})$.

2) عين العدد الذي صورته بالدالة f هي -3 .

3) احسب x_1 و x_2 حيث $f(x_1) = -\frac{1}{2}$ و $f(x_2) = 6$

التمرين 03 :

h دالة خطية حيث: $h(2) = -5$.

1) أوجد العبارة الجبرية للدالة h .

2) احسب $h(5)$ ، $h(-\frac{2}{5})$.

3) أوجد العدد x_1 حيث: $f(x_1) = -10$

التمرين 04 :

مثل بيانيا الدوال التالية :

$f.x \longmapsto -4x$ ، $g.x \longmapsto \frac{2}{5}x$ ، $h.x \longmapsto 2x$

التمرين 05 :

لتكن الدالة الخطية f حيث: $f(-2.5) = 4$

1) أوجد عبارة الدالة f .

2) مثل بيانيا الدالة f على معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

3) لتكن النقطة A حيث: $A(m; 128)$ تنتمي لتمثيل الدالة f

- احسب العدد m .

التمرين 06 :

f دالة تآلفية حيث: $f(x) = 6 - 3x$

1) عين معاملي الدالة f .

2) احسب صورة كل عدد مما يلي: 0 ، 2 و $\frac{1}{3}$

3) عين العدد الذي صورته هي 0 بالدالة f .

التمرين 07 :

نعتبر الدالة تآلفية g المعرفة كما يلي: $g(x) = \frac{4}{3}x + 2$

1) عين معاملي الدالة g .

2) احسب $g(0)$ ، $g(2)$ و $g\left(\frac{1}{3}\right)$.

3) ما هو العدد الذي صورته بالدالة g هي 3 .

التمرين 08 :

h دالة تآلفية حيث: $h(0) = 3$ و $h(1) = -3$

1) احسب المعاملين a و b .

2) استنتج العبارة الجبرية للدالة h .

التمرين 09 :

g دالة تآلفية حيث: $g\left(\frac{-1}{2}\right) = \frac{1}{2}$ و $g(1) = 2$

- عبّر عن $g(x)$ بدلالة x .

التمرين 10 :

1) عين الدالة التآلفية f التي تمثيلها البياني يشمل النقطتين $A\left(-\frac{1}{2}; 5\right)$ و $B(-2; 4)$

2) هل النقطة $C(5; 0)$ تنتمي إلى هذا التمثيل ؟

التمرين 11 :

نعرف الدالة f كما يلي: $f(x) = -3x + 1$

1) احسب $f(0)$ ، $f(1)$.

2) مثل الدالة f في معلم $(O; \overrightarrow{Oi}; \overrightarrow{Oj})$

التمرين 12 :

f و g دالتان تألفيتان حيث:

$f(x) = -x + 4$ و $g(x) = 2x + 1$

1) أكتب $f(x)$ و $g(x)$ معا ثم عين الدالتين f و g .

2) اقرأ على التمثيلين القيم التالية:

$f(0)$ ، $f(1)$ ، $f(2)$ ، $f(-1)$

$g(0)$ ، $g(4)$ ، $g(-1)$ ، $g(3)$

3) اقرأ على التمثيلين قيم x حيث:

$f(x) = 2$ ، $f(x) = 4$ ، $f(x) = 6$

$g(x) = -3$ ، $g(x) = 2$ ، $g(x) = -1$

4) عيّن بيانيا إحداثيتي نقطة تقاطع التمثيلين .

5) حل جبريا المعادلة : $f(x) = g(x)$ ؟ ماذا تلاحظ ؟

التمرين 13 : (ش - ت - م دورة 2016 ·

f دالة تأليفية تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. النقطتين $A(2;5)$ و $B(-1;-4)$.

1) بيّن أن العبارة الجبرية للدالة التأليفية f هي:

$f(x) = 3x - 1$

2) تكن النقطة $(4;11)$ من المستوى. هل النقاط A , B , C على استقامة واحدة؟

3) أوجد العدد الذي صورته 29 بالدالة f .

التمرين 14 : (ش - ت - م دورة 2008 ·

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

علم النقطتين $A(0;4)$ و $B(1;0)$.

1) حدد التعبير الجبري للدالة التأليفية f التي تمثيلها البياني هو المستقيم (AB).

2) ليكن المستقيم (Δ) التمثيل البياني للدالة g

حيث: $g(x) = \frac{2}{3}x + 2$.

- أنشئ (Δ) .
- أوجد إحداثي M نقطة تقاطع المستقيمين (AB) و (Δ) .

مســـــائل

المسألة 01 : (ش - ت - م دورة 2011 :

تقترح وكالة تجارية للاتصالات الهاتفية للتسديد الشهري الصيغ الثلاث الآتية:

الصيغة (أ) : دفع 11 دينار للدقيقة .

الصيغة (ب) : دفع 600 دينار اشتراكا شهريا و 6 دنانير للدقيقة .

الصيغة (ج) : دفع 1200 دينار اشتراكا شهريا و 3 دنانير للدقيقة .

1) احسب تكلفة المكالمات التي مدتها 100 دقيقة في كل من الصيغ الثلاث

2) y يمثل الكلفة بالدينار، و x يمثل المدة بالدقائق .

- أكتب y بدلالة x في كل من الصيغ الثلاث و في نفس المعلم مثل بيانيا الصيغ الثلاث و استنتج الفترة الزمنية التي تكون خلالها الصيغة (ب) أقل تكلفة .

(يمكنك اختيار المعلم بحيث 1cm تمثل 50 دقيقة على محور الفواصل و 1cm تمثل 200DA على محور الترتيب).

مسألة 02 : (ش - ت - م دورة 2007 ·

تقترح شركة سيارات الأجرة التسعيرة بين التابعتين :

- التسعيرة الأولى : 15 DA للكلومتر الواحد لغير المشتطين
- التسعيرة الثانية : 12 DA للكلومتر الواحد مع مشاركة شهرية قدرها 900 DA

المسافة (Km)	60		
التسعيرة الأولى (DA)			5100
التسعيرة الثانية (DA)		3060	

1) انقل الجدول على ورقتك الإجابة ثم أكمله .

2) ليكن x هو عدد الكيلومترات للمسافات المقطوعة .

y_1 هو المبلغ حسب التسعيرة الأولى و y_2 هو المبلغ حسب التسعيرة الثانية .

أ- عبّر عن y_1 و y_2 بدلالة x .

ب- حل المتراجحة : $15x > 12x + 900$

3) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

أ- مثل بيانيا الدالتين f g حيث :

$f(x) = 15x$ و $g(x) = 12x + 900$

ب- استعمل التمثيل البياني لتحديد أفضل تسعيرة مع الشرح.

(علم 1cm يمثل 50 km على محور الترتيب

يمثل 500 DA)

مسألة 03 : (ش - ت - م دورة 2012 ·

يقترح مدير صحفية يومية على زبائنه صيغتين لاقتناء الجريدة.

الصيغة الأولى : ثمن الجريدة 10 DA

الصيغة الثانية : اشتراك قدره 8 DA مع اشتراك قدره 500 DA .

انقل وأتمم الجدول.

عدد الجرائد المشتراة	50		
مبلغ الصيغة الأولى ب: DA		1000	
مبلغ الصيغة الثانية ب: DA			3300

2) ليكن x عدد الجرائد المشتراة.

نسمي $f(x)$ الثمن المدفوع بالصيغة الأولى و $g(x)$ الثمن المدفوع بالصيغة الثانية .

عبر عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x.

3) مثل بيانيا الدالتين $(f(x)$ و $(g(x)$ في معلم متعامد ومتجانس حيث: 2 cm على محور الفواصل تمثل 50 جريدة و 2 cm على محور الترتيب يمثل 500DA.

4) حل المعادلة $f(x) = g(x)$ وماذا يمثل الحل؟

5) ما هي الصيغة الأفضل في الحالتين التاليتين :

عند اقتناء 150 جريدة - عند اقتناء 270 جريدة.

BEM 2027

دليل الخير للتعليم
EDUCATION

المسألة 04 : (ش - ت - م دورة 2013)

لإقامة حفل زفاف قررت عائلة كراء سيارة فاخرة فأتصل الأب محمد بثلاث وكالات فقدموا له عروضا حسب المعطيات المبينة أدناه.

عرض الوكالة الأولى :	دفع مبلغ 4000DA لليوم الواحد.
عرض الوكالة الثانية :	دفع مبلغ 3000DA لليوم الواحد يضاف إليها عثمان شهرية قدرها 1000 DA .
عرض الوكالة الثالثة :	دفع مبلغ 16000DA لمدة لا تتعدى أسبوعا واحدا .

فاستسجب الأب محمد بيانقه سمير الذي يدرس في السنة الرابعة متوسط لمساعدته في اختيار العرض الأنسب والأقل تكلفة .

لو كنت في مكان سمير ساعد الأب محمد في :

1) اختيار العرض الأنسب والأقل تكلفة لكراء سيارة لمدة x أيام .
علل إجابتك التي تستغل فيها الأب محمد السيارة .

2) عبر بدلالة x عن العرض الأول بالدالة $f(x)$ وعن العرض الثاني بالدالة $g(x)$ وعن العرض الثالث بالدالة $h(x)$.

3) مثل بيانيا في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ الدوال f و g و h .
(حيث كل 2cm على محور الفواصل يمثل يوما واحدا وكل 1cm من محور التراتيب يمثل 2000 DA) .

4) اعتمادا على البيان أملأ الجدول الأتي .

الأيام / العروض	اليوم الأول	اليوم الرابع	اليوم الخامس
العرض 1			
العرض 2			
العرض 3			

أ- حل المعادلات الأتية لإيجاد عدد الأيام المستفاد من طرف الأب محمد .

$$g(x) = h(x) \quad , \quad f(x) = h(x) \quad , \quad f(x) = g(x)$$

ب- بماذا يمثل حل كل معادلة ؟

المسألة 05 : (ش - ت - م دورة 2014)

بمناسبة عيد الأضحى قدمت مؤسسة الناقلة النقل حضريين لمدة أسبوع للتواصل و تبادل الرسائل بواسطة الرسائل القصيرة (SMS).

العرض الأول : 3 DA للرسالة الواحدة .

العرض الثاني : 1.5 DA للرسالة الواحدة مع اقتطاع مبلغ جزافي قدره 30 DA من الرصيد .

1) انقل وأكمل الجدول .

عدد الرسائل	10	
المبلغ حسب العرض الأول بـ DA	45	
المبلغ حسب العرض الثاني بـ DA		90

يعبر عدد الرسائل المرسلة بـ x و المبلغ حسب العرض الأول بـ y_1 و المبلغ حسب العرض الثاني بـ y_2

2) عبر عن y_1 و y_2 بدلالة x .

f و g دالتان حيث : $f(x) = 3x \quad , \quad g(x) = 1{,}5x + 30$

3) مثل بيانيا الدالتين f g في نفس المعلم المتعامد و المتجانس حيث (1cm) على محور الفواصل يمثل 3 رسائل SMS و 1cm على محور التراتيب يمثل 10 DA .

4) يريد الاخوان زينب وكريم استغلال هذين العرضين لهذه المناسبة ، غير زينب تريد 120DA لتحديد ثيابها أكثر عدد من الأشخاص ، أما زينب تريد تهنئتها في الإمتحان بنجاح 15 .

- بقراءة بيانية ؛ ما هو العرض المناسب لكل منهما ؟ (مع الشرح) .

المسألة 06 : (ش - ت - م دورة 2018)

عبد الله و محمد عاملان في مؤسسة لصناعة ألعاب الأطفال ، زبائنها الشهري على النحو التالي :

- عبد الله راتبه 20000 DA إضافة إلى 200 DA لكل لعبة يتم صنعها .
- محمد راتبه 30000 DA إضافة إلى 100 DA لكل لعبة يتم صنعها .

الجزء الأول :

1) ما هو الراتب الذي يتقاضاه كل منهما إذا تم صنع 120 لعبة ؟

2) ليكن x عدد الألعاب المصنوعة في مدة شهر .
عبر بمحمد y_2 راتب عبد الله عن x عبر x بدلالة

الجزء الثاني :

1) في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

- ارسم المستقيمين (D_1) و (D_2) ممثلا الدالتين g و h حيث :

$$g(x) = 200x + 20000$$
$$h(x) = 100x + 30000$$

(نأخذ 1cm على محور الفواصل يمثل 50 لعبة و 1 cm على محور الترتيب يمثل 5000 DA)

2) حل جملة المعادلتين التالية :

$$\begin{cases} y = 200x + 20000 \\ y = 100x + 30000 \end{cases}$$

- ثم أعط تفسيرا بيانيا لهذا الحل .

بقراءة بيانية ، متى يكون راتب عبد الله أكبر من راتب محمد ؟

وضعية إدماجية : (ش - ت - م دورة 2019)

يقترح مدير المصنع البياني على السياحين التسعيرتين الأتيتين :

- التسعيرة الأولى : 100 DA للكيلو متر الواحد لغير المتخطرين .
- التسعيرة الثانية : 80 DA للكيلو متر الواحد مع اشتراك شهري قدره 400 DA .

1) ما هو عدد الكيلومترات التي يمكنك الحصول عليها في كل تسعيرة إذا دفعت مبلغ 2800 DA ؟

2) باعتبار x عدد حصص الشهر و بالاستعانة بتمثيل البياني ، أعط أفضل التسعيرتين حسب عدد الحصص خلال شهر واحد .

يمكنك أخذ :

($1cm$ على محور الفواصل يمثل 4 حصص ، $1cm$ على محور الترتيب يمثل 400 DA)

BEM 2027

دليل الخير للتعليم
EDUCATION